El perímetro de una circunferencia es 2pi por su radio, y su área es pi por el radio al cuadrado.

Pero, ¿por qué?

Bueno, el perímetro es por definición. El área... es más complicado.

Desde la antigüedad los matemáticos se preguntaban por el perímetro de una circunferencia. ¿Qué hicieron? Aproximarla con polígonos regulares, cuyo perímetro sí podían calcular. Por ejemplo, el de este polígono de 8 lados, que se llama “octágono”, es alrededor de 3,34.

A medida que aumentan los lados del polígono, se va pareciendo más a un círculo, y su perímetro se va acercando al de una circunferencia.

¿Conclusión? El perímetro es el diámetro por una constante 3.141592.., etc. Esta constante, la razón entre la circunferencia y su diámetro, la llamamos “PI”, y el perímetro queda como pi por el diámetro...

...aunque como se suele usar el radio, la mitad del diámetro, lo dejamos como 2pi por el radio.

—

Ya, ¿y qué hay del área del círculo?

Lo mismo: lo aproximamos con polígonos regulares con cada vez más lados, pero ahora buscamos sus áreas.

Mira este pentágono, por ejemplo. Es regular, así que sus lados miden lo mismo y sus ángulos también. Desde cada vértice, dibuja una línea que divide cada ángulo por la mitad. Estas 5 líneas se juntan todas en el centro, dividiendo el pentágono en 5 triángulos. Todos con los mismos 3 ángulos, y la misma base: uno de los lados del pentágono. Eso los vuelve triángulos congruentes: tienen los mismos lados, la misma altura, la misma ÁREA.

La altura de cada triángulo es lo que en el pentágono original era la distancia entre un lado y el centro, que se llama “apotema”.

Por lo que el área de un triángulo es su base (uno de los lados L del pentágono), por su altura (el apotema a del pentágono), dividido en 2. L por a partido en 2. Y como estos 5 triángulos de igual área reconstruyen el pentágono, el área de este pentágono es 5 veces el área de un triángulo: 5La/2.

En un hexágono regular, lo mismo: se divide en 6 triángulos congruentes, todos tienen la misma base (un lado del hexágono) y la misma altura (el apotema), y por ende la misma área (La/2), por lo que el área del hexágono es 6 veces La/2.

Y en general un polígono regular de n lados se divide en n triángulos de área La/2. La fórmula general del área sería entonces **nLa/2**, para cualquier polígono regular.

Pero fíjate que el producto n por L, la cantidad de lados del polígono por el largo de cada lado, no es más que – el perímetro. En un pentágono son 5 lados, y el largo de un lado multiplicado por 5 da el perímetro del pentágono. Lo mismo con los demás polígonos, así que el área puede expresarse como el PERÍMETRO por el apotema partido en 2, P por a medios, para cualquier polígono regular hasta el infinito, donde nos aproximamos a una circunferencia.

PERO: el perímetro de la circunferencia es 2pi por su radio. El apotema termina siendo justamente EL RADIO. Solo nos queda reemplazar esto en la fórmula del área, y simplificar, dándonos que el área de un círculo es pi por su radio al cuadrado.